Kwantowa kosmologia pętlowa

Jacek Puchta, SKFiz UW

17 listopada 2007

Spis Treści

Założenia kosmologii

- Patrzymy na Wszechświat globalnie

Założenia kosmologii

- Patrzymy na Wszechświat globalnie
- Zasada kosmologiczna:
  Wszechświat w dużych skalach jest jednorodny i izotropowy

Założenia kosmologii

- Patrzymy na Wszechświat globalnie
- Zasada kosmologiczna:
  Wszechświat w dużych skalach jest jednorodny i izotropowy
- Do opisu Wszechświata wystarczy jeden parametr, na przykład:
  - ρ - gęstość
  - a - parametr skali
  - $H = \dot{a}/a$ - stała Houble'a

Równanie Friedmana

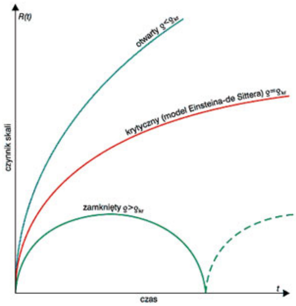
Duża liczba symetrii upraszcza równania Einsteina:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -4\pi G\left(\frac{\rho}{3} + p\right) + \frac{\Lambda}{3} \tag{1}$$

$$\dot{\rho} = -3\frac{\dot{a}}{a}(p + \rho) \tag{2}$$

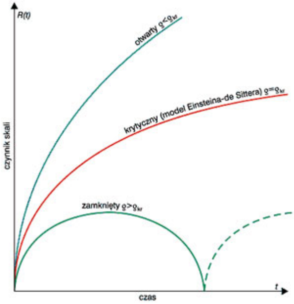
Rozwiązania $a(t)$ tych równań to modele Friedmana-Robertsona-Walkera.

Osobliwości modeli FRW



- Wszystkie rozwiązania są osobliwe w $t = 0$

Osobliwości modeli FRW



- Wszystkie rozwiązania są osobliwe w $t = 0$
- Pytanie do kwantowej teorii: co to oznacza?

Zmienne Ashtekara

Przepiszmy teorię w innych zmiennych.

- z Loop Quantum Gravity (LQG): koneksja Ashtekara A_i oraz reper E^i.

Zmienne Ashtekara

Przepiszmy teorię w innych zmiennych.

- z Loop Quantum Gravity (LQG): koneksja Ashtekara A_i oraz reper E^i.
- symetria $\Rightarrow$ po jednym parametrze:

$$A_i = c\omega_i^0, \qquad E^i = pe_0^i$$

dla pewnych stałych ω^0, e_0

Zmienne Ashtekara

Przepiszmy teorię w innych zmiennych.

- z Loop Quantum Gravity (LQG): koneksja Ashtekara A_i oraz reper E^i.
- symetria $\Rightarrow$ po jednym parametrze:

$$A_i = c\omega_i^0, \qquad E^i = pe_0^i$$

dla pewnych stałych ω^0, e_0

- c i p są kanonicznie sprzężone: $\{c, p\} = \frac{8\pi\gamma G}{3}$

Zmienne Ashtekara

Przepiszmy teorię w innych zmiennych.

- z Loop Quantum Gravity (LQG): koneksja Ashtekara A_i oraz reper E^i.
- symetria $\Rightarrow$ po jednym parametrze:

$$A_i = c\omega_i^0, \qquad E^i = pe_0^i$$

dla pewnych stałych ω^0, e_0

- c i p są kanonicznie sprzężone: $\{c, p\} = \frac{8\pi\gamma G}{3}$
- kwantowe operatory: $\widehat{p} = \frac{-\imath\gamma\ell_{Pl}^2}{3}\frac{d}{dc}$ oraz $\widehat{e^{\imath\mu c}}$

Klasyczny hamiltonian

W zmiennych Ashtekara można zapisać hamiltonian pola grawitacyjnego:

$$H_{grav} = -\gamma^{-2} \int_V d^3x \; \epsilon_{ijk} F^i_{ab} E^{aj} E^{bk} \sqrt{|detE|} \tag{3}$$

gdzie F jest krzywizną koneksji Ashtekara A:

$$F^i = DA^i = dA^i + \epsilon^{ijk} A_j \wedge A_k \tag{4}$$

Rzut oka na krzywiznę:

- Inny wzór na krzywiznę:

$$F = \lim_{S \to 0} \frac{1}{S} \int_C A dl \tag{5}$$

Rzut oka na krzywiznę:

- Inny wzór na krzywiznę:

$$F = \lim_{S \to 0} \frac{1}{S} \int_C A dl \tag{5}$$

- Prawie jak rotacja:

$$\vec{n} \cdot (rot \vec{E}) = \lim_{S \to 0} \frac{1}{s} \int_C \vec{E} \cdot \vec{dl} \tag{6}$$

Wkład z LQG

W kwantowej grawitacji pętlowej mamy dolne ograniczenie na powierzchnię:

$$S \geq \Delta = 2\sqrt{3}\pi\gamma\ell_{Pl}^2 \tag{7}$$

Zatem licząc krzywiznę nie możemy zejść z granicą do zera:

$$F_{LQG} = \lim_{S \to \Delta} \frac{1}{S} \int_C A dl \tag{8}$$

Co daje nam nielokalność hamiltonianu.

Kwantowy hamiltonian

Ostatecznie dostajemy kwantowy hamiltonian postaci:

$$\hat{H}_{grav}\Psi(v) = a(v)\Psi(v+4) + b(v)\Psi(v) + c(v)\Psi(v-4) \tag{9}$$

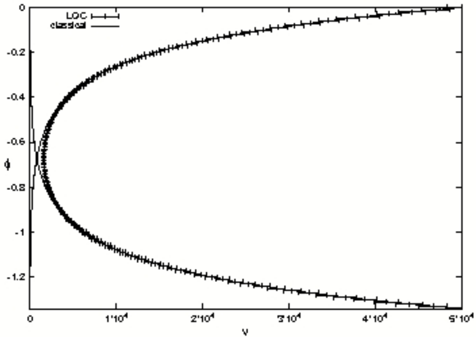
parametr v ma interpretację znormalizowanej objętości Wrzechświata:

$$v \sim a^3$$

Co ciekawe: nie jest to operator różniczkowy, lecz różnicowy!

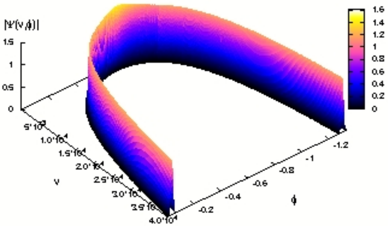
Big Bounce

Wyniki numerycznych symulacji:



(Ashtekar, Pawlowski, Singh, arXiv:gr-qc/0607039)

Big Bounce



(Ashtekar, Pawlowski, Singh, arXiv:gr-qc/0607039)
Nie ma Wielkiego Wybuchu, jest Wielkie Odbicie!

Big Bounce

- Dzięki zamianie $\lim_{S \to 0}$ na $\lim_{S \to \Delta}$ nie mamy osobliwości Wielkim Wybuchu

Big Bounce

- Dzięki zamianie $\lim_{S\to 0}$ na $\lim_{S\to\Delta}$ nie mamy osobliwości Wielkim Wybuchu
- Górna granica gęstości:

$$\rho_{crit} = \frac{\sqrt{3}}{16\pi^2\gamma^2 G^2\hbar} \tag{10}$$

Podsumowanie

1. Modele kosmologiczne dzięki prostocie mogą służyć do testowania teorii grawitacji

Podsumowanie

1. Modele kosmologiczne dzięki prostocie mogą służyć do testowania teorii grawitacji
2. Dzięki zastosowaniu wyników z LQG pojawia się odpychanie przy bardzo dużych gęstościach.

Bibliografia

Zainteresowanym polecam następujące prace:

1. A. Ashtekar, T. Pawlowski, P. Singh: *Quantum Nature of the Big Bang*, arXiv:gr-qc/0602086, arXiv:gr-qc/0604013 arXiv:gr-qc/0607039
2. A. Ashtekar, M. Bojowald, J. Lewandowski: *Mathematical Structure of loop quantum cosmology*, arXiv:gr-qc/030407
3. A. Ashtekar, J. Lewandowski: *Background Independent Quantum Gravity: A Status Report*, arXiv:gr-qc/0404018

Dziękuję za uwagę

STUDENCKIE KOŁO FIZYKI