

Wykłady z V Obozu naukowego SKFiz

Stanisław D. Głazek, Kamil Serafin, Arkadiusz Trawiński

4-11 lipca 2010 roku

Spis treści

1	O rozpraszaniu fal płaskich	3
1.1	Fala płaska	3
1.1.1	Strona 1	3
1.2	Wstęp do mechaniki kwantowej	4
1.2.1	Strona 2	4
1.2.2	Strona 3	5
1.2.3	Strona 4	6
1.3	Budowa układu dwóch cząstek	7
1.3.1	Strona 5	7
1.3.2	Strona 6	8
1.4	Budowa wiązki	9
1.4.1	Strona 7	9
1.5	Zdefiniowanie niezaburzonych stanów bazy	10
1.5.1	Strona 8	10
1.5.2	Strona 9	11
1.6	Ścisłe rozwiązanie rozpraszania dwóch cząstek na sobie	12
1.6.1	Strona 10	12
1.6.2	Strona 11	13
1.6.3	Strona 12	14
1.6.4	Strona 13	15
2	Iloczyn tensorowy	16
2.0.5	Definicja	16
2.0.6	Przykłady	17

3 Kwarki i Gluony	18
3.1 Tło historyczne pracy Diraca z 1965 roku	18
3.1.1 Strona 14	18
3.1.2 Strona 15	19
3.1.3 Strona 16	20
3.1.4 Strona 17	21
3.2 Czytanie pracy Diraca	22
3.2.1 Strona 18	22
3.2.2 Strona 19	23
3.2.3 Strona 20	24
3.2.4 Strona 21	25
3.2.5 Strona 22	26
3.2.6 Strona 23	27
3.2.7 Strona 24	28
3.2.8 Strona 25	29
3.2.9 Strona 26	30
3.2.10 Strona 27	31
3.2.11 Strona 28	32
3.2.12 Strona 29	33
3.2.13 Strona 30	34
4 Asymptotyczna swoboda	35
4.1 Porównanie QED i QCD	35
4.1.1 Strona 31	35
4.1.2 Strona 32	36
4.1.3 Strona 33	37
4.2 Dydaktyczny przykład	38
4.2.1 Strona 34	38
4.2.2 Strona 35	39
4.2.3 Strona 36	40
4.2.4 Strona 37	41
4.2.5 Strona 38	42

1 O rozpraszaniu fal płaskich

1.1 Fala płaska

1.1.1 Strona 1

Bukovina Tatrzańska 6 VII 2010 11:44

O rozpraszaniu fal płaskich węgla Aneli Trzawińskiej

1.

Fala płaska: $e^{-i(Et - pX)} = \psi(x, t)$

Spełnia równanie Sch.

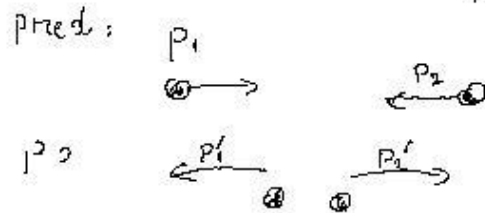
$$i\partial_t \psi = \hat{H}\psi, \text{ oraz } \hat{H} = -\frac{1}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

Sprawdźmy

$$i(-iE)\psi = -\frac{1}{2m}(\hbar p)^2 \psi$$

$$E\psi = \frac{p^2}{2m} \psi$$

Problem: Jakie jest prawdopodobieństwo przejścia ze stanu $|p_1, p_2\rangle$ do $|p'_1, p'_2\rangle$.



Model zotekania

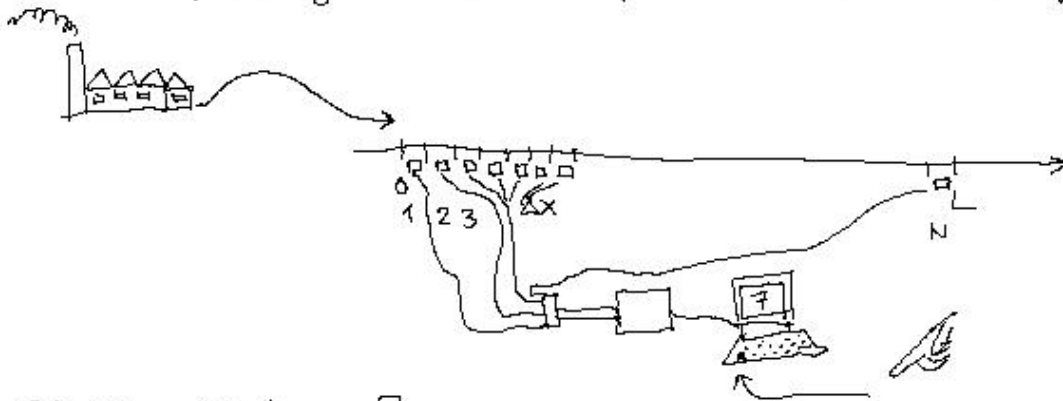
Powstaje pytanie (Kamil) czy widać się

sytuacja klasyczna (x_1, p_1) i $(x_2, p_2) + V(x_1 - x_2)$,
w której te dane wymagają co będzie dalej, od MK?

1.2 Wstęp do mechaniki kwantowej

1.2.1 Strona 2

Świat 1-wymiarowy, 1 cząstka kupiona w sklepie fabrycznym



2.

$$N \cdot \Delta x = L$$

- Zalup 1 pomiar 7
- Zalup 2 pomiar 3
- Zalup 3 pomiar 41
- Zalup 4 pomiar 7
- ⋮
- M cząstek

detektor k: n_k razy zarejestrował cząstkę
 M cząstek, N detektorów

$$P_k = \frac{n_k}{M}, \quad \sum_{k=1}^N n_k = M, \quad \sum_{k=1}^N P_k = 1.$$

Fabryka sprzedaje nam cząstki w stanie $|\psi\rangle$, który jest superpozycją stanów wykrywalnych przez detektory $|k\rangle =$ stan wykrywany przez detektor k .

$$|\psi\rangle = \sum_{k=1}^N \psi_k |k\rangle$$

$$p_k = |\psi_k|^2$$

elektron w polu protonu $\psi(x)$

de Broglie $\psi(x,t) = e^{i(px - Et)/\hbar}$

3

$$i\hbar \dot{\psi} = E\psi, \quad -i\hbar \nabla \psi = p\psi$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \psi = \frac{(-i\hbar \nabla)^2}{2m} \psi$$

$$T = \frac{p^2}{2m} \rightarrow T + V = H \leftarrow E$$

Schrödinger

$$i\hbar \frac{d}{dt} \psi(\vec{x},t) = \left[\frac{-\hbar^2 \Delta}{2m} + V_c(r) \right] \psi(\vec{x},t) \quad r = |\vec{x}|$$

$$H \quad V_c(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

$$\psi(\vec{x},t) = f(t) \cdot \psi(\vec{x})$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137.036}$$

$$36 = 35999311...$$

$$i\hbar \dot{f} \cdot \psi = f H \psi \quad \frac{1}{f\psi}$$

$$\frac{i\hbar \dot{f}}{f} = \frac{H\psi}{\psi} = E$$

$$f = e^{-iEt/\hbar}$$

$$\left[\frac{-\hbar^2 \Delta}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \right] \psi(r) = E \psi(r)$$

$$r_c / \alpha = r_0 = \frac{\hbar \cdot 137.036}{m_e c}$$

$$E_n = \frac{\frac{1}{2} m_e c^2 \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \right)^2}{n^2} = \frac{1}{2} m_e c^2 \left(\frac{\alpha}{n} \right)^2$$

$$\psi(r) = e^{-r/r_0}$$

1.3 Budowa układu dwóch cząstek

1.3.1 Strona 5

Wróćmy do problemu Aha

$$|p\rangle = \int dx e^{-i(E_t - px)} |x\rangle$$

$$|p_1 p_2\rangle = \int dx_1 dx_2 \begin{pmatrix} e^{-i(E_1 t - p_1 x_1)} \\ e^{-i(E_2 t - p_2 x_2)} \end{pmatrix} |x_1 x_2\rangle$$

$$|\psi_1\rangle = \sum_k \psi_{1k} |k\rangle$$

$$|\psi_2\rangle = \sum_k \psi_{2k} |k\rangle$$

$$|\psi_{12}\rangle = |\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle$$

tożsamość propozycji

$$P_{x_1 x_2} = P_{x_1} P_{x_2}$$

$$|\langle x_1 x_2 | \psi_{12} \rangle|^2 = |\langle x_1 | \psi_1 \rangle \langle x_2 | \psi_2 \rangle|^2$$

$$\langle x_{12} | = \langle x_1 | \otimes \langle x_2 |$$

$$|\psi_{12}\rangle = |\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle$$

$$|p_1 p_2\rangle = \left(\int dx_1 e^{-i(E_1 t - p_1 x_1)} |x_1\rangle \right) \otimes \left(\int dx_2 e^{-i(E_2 t - p_2 x_2)} |x_2\rangle \right)$$

5.

$$|p_1, p_2\rangle = \int dx_1 dx_2 e^{-i(E_1 t - p_1 x_1)} e^{-i(E_2 t - p_2 x_2)} |x_1\rangle \otimes |x_2\rangle$$

6.

Energia stanu $|p_1, p_2\rangle$ wynosi $E_1 + E_2$

Obliczanie

$$t=0 \quad \hat{H} = \hat{T}_1 + \hat{T}_2 + \hat{V}_{12}$$

$$V_{12}(x_1, x_2) = \begin{cases} 0 & |x_1 - x_2| > a \\ V & |x_1 - x_2| < a \end{cases}$$

$$|x_1 - x_2| > a = V \cdot \theta(a - |x_1 - x_2|)$$

$$|ep\rangle = \int d^3x_e d^3x_p \psi_{ep}(\bar{x}_e, \bar{x}_p) |\bar{x}_e, \bar{x}_p\rangle, \quad |\bar{x}_e, \bar{x}_p\rangle = |\bar{x}_e\rangle \otimes |\bar{x}_p\rangle$$

$$V_C |ep\rangle = -\frac{\alpha \hbar c}{|\bar{x}_e - \bar{x}_p|} \psi_{ep}(\bar{x}_e, \bar{x}_p) = \psi_{ep}(t=0, \bar{x}_e, \bar{x}_p)$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} |ep\rangle = \hat{H} |ep\rangle$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \langle \bar{x}_e, \bar{x}_p | ep \rangle = \langle \bar{x}_e, \bar{x}_p | \hat{H} | ep \rangle$$

$$\langle \bar{x}_e, \bar{x}_p | \hat{V}_C | ep \rangle = V_C(\bar{x}_e, \bar{x}_p) \psi_{ep}(t, \bar{x}_e, \bar{x}_p)$$

$$\psi(t, \bar{x}_e, \bar{x}_p) \left[\frac{(-i\hbar \nabla_e)^2}{2m_e} + \frac{(-i\hbar \nabla_p)^2}{2m_p} \right] + V_C(\bar{x}_e, \bar{x}_p) = E_{ep}$$

$$\hat{V}_C = \int d^3x_e d^3x_p |\bar{x}_e, \bar{x}_p\rangle V_C(\bar{x}_e, \bar{x}_p) \langle \bar{x}_e, \bar{x}_p|$$

1.4 Budowa wiązki

1.4.1 Strona 7

7.

$$\hat{V}_{12} = \int dx_1 dx_2 V_{12}(x_1 - x_2) |x_1 x_2 \rangle \langle x_1 x_2|$$

$\hbar = 1$

Budujemy wiązkę:

$$|p_1 p_2\rangle^{(\varepsilon)}(t) = \varepsilon \int_{-\infty}^0 dt e^{\varepsilon T} e^{-i\hat{H}(t-T)} e^{-iE_{12}T} |p_1 p_2\rangle$$

albo $t > 0$

ordynatyzacje
sątkowanie
wiązki

$$\hat{H} = \hat{T}_1 + \hat{T}_2 + \hat{V}_{12}$$

$E_{12} = E_1 + E_2$ energia stan
bazowy nie zależy
od czasu
Ewolucja
stanu $|p_1 p_2\rangle$
do czasu T
od 0.

czynnik uśrednienia w czasie T

$$\int_{-\infty}^0 dt e^{\varepsilon T} = \varepsilon^{-1}$$

$$\langle p'_1 p'_2(t) | p_1 p_2 \rangle^{(\varepsilon)}(t) = \langle p'_1 p'_2 | e^{+iE_{12}t} | p_1 p_2 \rangle^{(\varepsilon)}(t)$$

1.5 Zdefiniowanie niezaburzonych stanów bazy

1.5.1 Strona 8

$$\hat{H} = \hat{T}_1 + \hat{T}_2 + \hat{V}_{12} = \hat{H}_0 + \hat{V}_{12}$$

8

$$|p_1 p_2\rangle = |p_1\rangle \otimes |p_2\rangle$$

$$I = |\langle p_1 p_2 | p_1 p_2 \rangle|^2 = |\langle p_1 | p_1 \rangle \cdot \langle p_2 | p_2 \rangle|^2 = \underbrace{|\langle p_1 | p_1 \rangle|^2}_1 \cdot \underbrace{|\langle p_2 | p_2 \rangle|^2}_1$$

$$|p\rangle = N \int_0^L dx e^{ipx} |x\rangle$$

żądamy, aby $e^{ip \cdot 0} = e^{ip \cdot L} = 1 + i \cdot 0$

$$\cos(pL) + i \sin(pL)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x) dx = f(0)$$

$$pL = 2n\pi$$

$$p = \frac{2\pi \cdot n}{L}$$

$$\langle p_n | p_m \rangle = N^2 \left(\int_0^L dx e^{-ip_n x} \langle x | \right) \cdot \left(\int_0^L dx' e^{ip_m x'} |x'\rangle \right) = N^2 \int_0^L dx \int_0^L dx' e^{-ip_n x} e^{ip_m x'} \underbrace{\langle x | x' \rangle}_{S(x-x')}$$

$$|x\rangle = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{|k\rangle}{\sqrt{\Delta x}} \quad \langle x | x' \rangle = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{\langle k | k' \rangle}{\Delta x} = \frac{\delta(k-k')}{\Delta x} \right] =: S(x-x')$$

$$\langle p_m | p_n \rangle = N^2 \int_0^L dx e^{-ip_m x} e^{ip_n x} = N^2 \int_0^L dx e^{-i(p_m - p_n)x} = N^2 L \delta_{mn} \quad (9.)$$

$$|\langle p_m | p_n \rangle|^2 = 1$$

$$p_n = \frac{2\pi}{L} \cdot n$$

$$N^2 L = 1$$

$$N = \frac{1}{\sqrt{L}} \quad \text{w jednowymiarowym przypadku}$$

$$|p_n\rangle = \frac{1}{\sqrt{L}} \int_0^L dx e^{ip_n x} |x\rangle \quad p_n = \frac{2\pi}{L} n$$

$$\begin{aligned} |p_1 p_2\rangle^{(\varepsilon)}(t) &= \varepsilon \int_{-\infty}^0 dt e^{\varepsilon t} e^{-i\hat{H}t} e^{-i(E_{12} - \hat{H})T} |p_1 p_2\rangle = \varepsilon e^{-i\hat{H}t} \frac{1}{-i(E_{12} - \hat{H}) + \varepsilon} |p_1 p_2\rangle = \\ &= e^{-i\hat{H}t} \frac{i\varepsilon}{E_{12} - \hat{H} + i\varepsilon} |p_1 p_2\rangle = e^{-i\hat{H}t} \frac{i\varepsilon}{E_{12} - \hat{H}_0 + i\varepsilon} \hat{V}_{12} |p_1 p_2\rangle + \dots \end{aligned}$$

$$\langle p'_1 p'_2 | p_1 p_2 \rangle^{(\varepsilon)}(0) = \langle p'_1 p'_2 | \frac{i\varepsilon}{E_{12} - E'_{12} + i\varepsilon} \hat{V}_{12} |p_1 p_2\rangle$$

moc wskaźnika

$$10^{-2} \text{ W} = 10^{-2} \text{ V} \cdot \frac{10^9 \text{ e}}{\text{s}}$$

$$\lambda = 500 \text{ nm} = 500 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

energia fotonu 1 eV

1.6 Ścisłe rozwiązanie rozpraszania dwóch cząstek na sobie

1.6.1 Strona 10

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi\rangle = \hat{H} |\Psi\rangle$$

$$|\Psi\rangle = f(t) |\phi\rangle$$

$$\hat{H} |\phi\rangle = E |\phi\rangle$$

$$\hat{H} = \hat{T}_1 + \hat{T}_2 + \hat{V}_{12}$$

$$\hat{T}_1 = -\frac{1}{2m_1} \hat{p}_1^2$$

$$\hat{T}_2 = -\frac{1}{2m_2} \hat{p}_2^2$$

$$\hat{V}_{12} = \int dx_1 dx_2 V \cdot \theta(a - |x_1 - x_2|) |x_1, x_2\rangle \langle x_1, x_2|$$

$$\left[-\frac{1}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} - \frac{1}{2m_2} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + V \cdot \theta(a - |x_1 - x_2|) \right] \phi(x_1, x_2) = E \phi(x_1, x_2)$$

$$R = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

$$r = x_1 - x_2$$

$$\left[-\frac{1}{2(m_1 + m_2)} \frac{\partial^2}{\partial R^2} - \frac{m_1 + m_2}{2m_1 m_2} \frac{\partial^2}{\partial r^2} + V \theta(a - |r|) \right] \phi(R, r) = E \phi(R, r)$$

$$\begin{cases} \partial_{x_1}^2 = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 \partial_R^2 + \partial_r^2 + 2 \frac{m_1}{m_1 + m_2} \partial_R \partial_r \\ \partial_{x_2}^2 = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 \partial_R^2 + \partial_r^2 - 2 \frac{m_2}{m_1 + m_2} \partial_R \partial_r \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \partial_{x_1} = \frac{\partial R}{\partial x_1} \partial_R + \frac{\partial r}{\partial x_1} \partial_r = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \partial_R + \partial_r \\ \partial_{x_2} = \frac{\partial R}{\partial x_2} \partial_R + \frac{\partial r}{\partial x_2} \partial_r = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \partial_R - \partial_r \end{cases}$$

$$\psi(R, r) = g(R) h(r)$$

11.

$$\frac{-\frac{1}{2(m_1+m_2)} \partial_R^2 g(R)}{g(R)} - E = \frac{\frac{m_1+m_2}{2m_1m_2} \partial_r^2 h(r)}{h(r)} - V \Theta(a-|r|) = C$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{2(m_1+m_2)} \partial_R^2 g(R) = (C+E) g(R) \Rightarrow g(R) = N_{\pm} \exp\left(\pm i \sqrt{(C+E) \cdot 2(m_1+m_2)} R\right) \\ \frac{m_1+m_2}{2m_1m_2} \partial_r^2 h(r) - V \Theta(a-|r|) h(r) = C h(r) \end{array} \right.$$

$$1^{\circ} \frac{m_1+m_2}{2m_1m_2} \partial_r^2 h(r) = C h(r)$$

$$h(r) = N_{1+} \exp(+\sqrt{\mu C} r) + N_{1-} \exp(-\sqrt{\mu C} r) \quad |r| > a$$

$$2^{\circ} \frac{1}{2\mu} \partial_r^2 h(r) - V h(r) = C h(r)$$

$$h(r) = N_{2+} \exp(+\sqrt{\mu(C+V)} r) + N_{2-} \exp(-\sqrt{\mu(C+V)} r) \quad |r| < a$$

Warunki złącza

$$h(r) \Big|_{r=a} - a_0 g_0 a$$

$$\frac{dh}{dr} \Big|_{r=a} - a_0 g_0 a$$

$$\partial_r^2 h = \square h$$

$$\int_{a-\varepsilon}^{a+\varepsilon} \partial_r^2 h = \int_{a-\varepsilon}^{a+\varepsilon} \square h$$

||

$$\partial_r h \Big|_{a+\varepsilon} - \partial_r h \Big|_{a-\varepsilon} = \int_{a-\varepsilon}^{a+\varepsilon} \square h = 0$$

12.

$$h(r) = \begin{cases} N_{1+} \exp(+\sqrt{\mu C} r) + N_{1-} \exp(-\sqrt{\mu C} r) & |r| > a \\ N_{2+} \exp(+\sqrt{\mu(c+v)} r) + N_{2-} \exp(-\sqrt{\mu(c+v)} r) & |r| < a \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} N_{1+} \overbrace{\exp(+\sqrt{\mu C} a)}^{\alpha} + N_{1-} \overbrace{\exp(-\sqrt{\mu C} a)}^{\alpha} = N_{2+} \overbrace{\exp(+\sqrt{\mu(c+v)} a)}^{\beta} + N_{2-} \overbrace{\exp(-\sqrt{\mu(c+v)} a)}^{\beta} \\ N_{1+} \frac{1}{\alpha} + N_{1-} \frac{1}{\alpha} = N_{2+} \frac{1}{\beta} + N_{2-} \frac{1}{\beta} \end{array} \right.$$

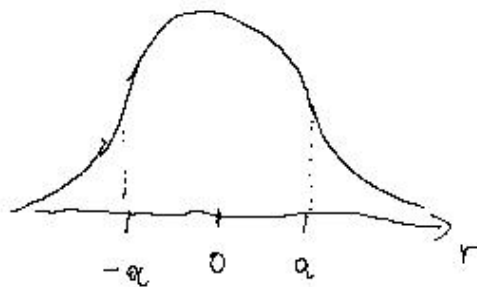
$$\sqrt{\mu C} N_{1+} \frac{1}{\alpha} - \sqrt{\mu C} N_{1-} \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\mu(c+v)} N_{2+} \frac{1}{\beta} - \sqrt{\mu(c+v)} N_{2-} \frac{1}{\beta}$$

$$N_{1+} \frac{1}{\alpha} - N_{1-} \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{c+v}{C}} [N_{2+} \frac{1}{\beta} - N_{2-} \frac{1}{\beta}]$$

$$\begin{pmatrix} \alpha & \frac{1}{\alpha} & -\beta & -\frac{1}{\beta} \\ \frac{1}{\alpha} & \alpha & \frac{1}{\beta} & -\beta \\ \alpha & -\frac{1}{\alpha} & -\gamma\beta & +\frac{\gamma}{\beta} \\ \frac{1}{\alpha} & -\alpha & -\frac{\gamma}{\beta} & +\gamma\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_{1+} \\ N_{1-} \\ N_{2+} \\ N_{2-} \end{pmatrix} = 0$$

13.

Przy założeniu, aby $\det(\dots) = 0$ otrzymamy warunki na C .



$$\int p(x) dx = 1$$

$$\int e p(x) dx = e$$

$$\int m_e p(x) dx = m_e$$

$$p(x) = |\psi(x)|^2 \quad \psi(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$$

2 Iloczyn tensorowy

2.0.5 Definicja

Iloczynem tensorowym przestrzeni V i W nazywamy przestrzeń wektorową U z odzwonieniem ϕ bilinijnym takim, że $\forall f: V \times W \rightarrow Z \stackrel{\text{bilinijne}}{\exists!} G: Z \rightarrow U \stackrel{\text{linijne}}{:} f \circ G = \phi$

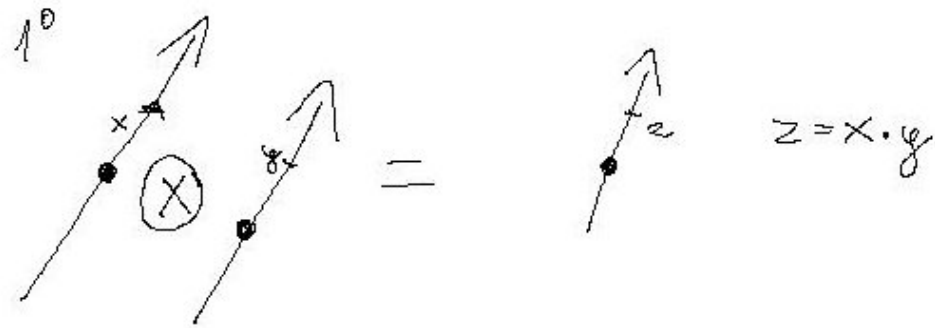
$$V \otimes W \supset v \otimes w$$

$$(\lambda v) \otimes w = v \otimes (\lambda w)$$

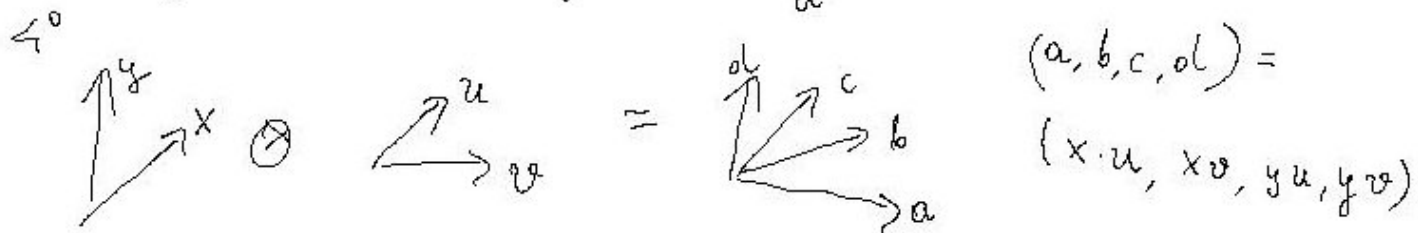
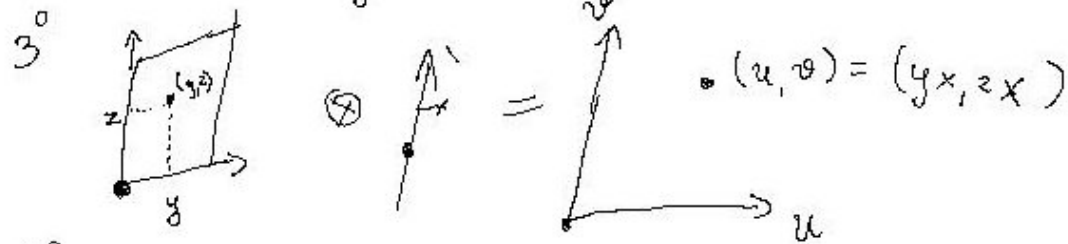
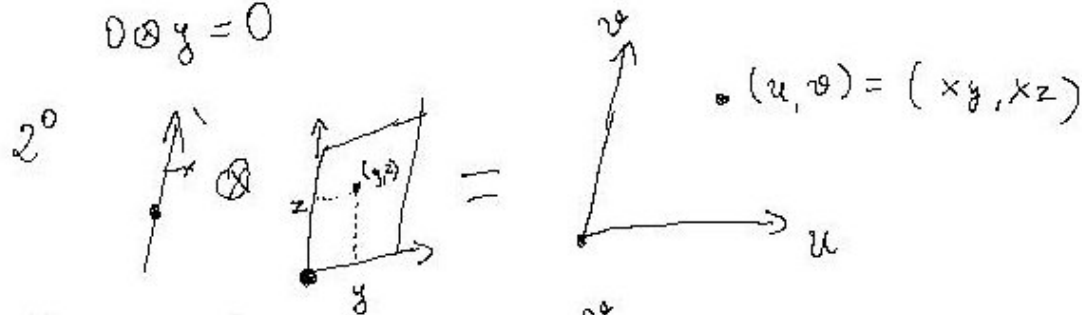
$$(a u + b v) \otimes (c x + d y) =$$

$$(e_1 + e_2) \otimes e_1$$

2.0.6 Przykłady



$0 \otimes y = 0$



3 Kwarki i Gluony

3.1 Tło historyczne pracy Diraca z 1965 roku

3.1.1 Strona 14

Groda 7 VII 2010 12:00

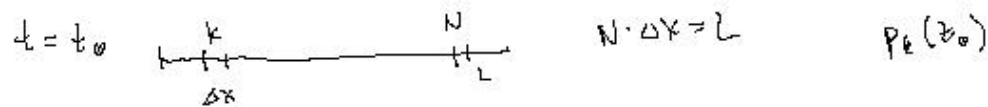
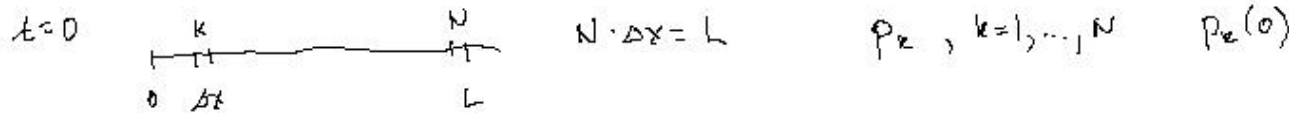
SDG: Dirac → QFT for quarks and gluons

1925 mechanika macierowa Heisenberga

1926 r. Schrödingera

pytanie: czego dotyczyła praca Heisenberga?

14.



Heisenberg

$$p_k(t_0) [p_k(0)] = ?$$

$$p_k = |\psi_k|^2$$

$$\psi(t_0) = \begin{bmatrix} \psi_1(t_0) \\ \psi_2(t_0) \\ \vdots \\ \psi_N(t_0) \end{bmatrix}, \quad \psi(0) = \begin{bmatrix} \psi_1(0) \\ \psi_2(0) \\ \vdots \\ \psi_N(0) \end{bmatrix}$$

$$\psi(t_0) = M(t_0, 0) \psi(0)$$

↑ macierz przejścia z stanu w chwili 0 do stanu w chwili t_0 .

Równowerność

$$M_{kl}(t, 0) = \langle k | e^{-iHt} | l \rangle$$

$H = H_{\text{Schrödingera}}$

- 1925 Heisenberg
- 1926 Schrödinger
- 1928 Dirac
- 1932 Jordan, Heisenberg, Pauli QFT

15.

A, E

$$A(\vec{x}, t) = \sum_k a_k e^{i\vec{k}\vec{x} - i\omega t}$$

↑
operatory uśredniania
stanu pola

$$\vec{E} \nabla \psi = \mathcal{H}_I$$

← $A(k \leftarrow p) \leftarrow -\vec{E} e \int dx \psi_k^*(x, t) \vec{x} \psi_p(x, t)$
radi. int.

$$V = -\vec{E} \vec{x} \cdot e$$

$$H = H_{atom} + H_{odd. z \vec{E}}$$

$T + V$ $V_{odd. z \vec{E}}$

$$H = \underbrace{\frac{(-i\hbar \vec{\nabla}_0)^2}{2mc}}_{H_0} + \underbrace{V_c(\vec{r}_e)}_{\text{od protona}} + V_{\vec{E}}$$

~~~~~  $H_I$

$$V_{\vec{E}} = e V_{\vec{E}} = -e \vec{E} \vec{r}_0$$

pole  
↓  
 $\vec{E} \neq E$   
↑  
amplituda

$$H_0 \psi = E \psi$$

$$E = E_n = -\frac{Ry}{n^2}$$

↓  
 $\psi_n =$  poziom Bohra

$$A = \langle k | H_I | p \rangle$$

v. Schrödinger  
powinny

$\psi^\dagger \psi$   
emisja  
absorpcja

linijowy  $V$  światło z atomem

16.

odkrycie Lamba odstępstw  
od najprostszej teorii

Dirac 1925  
QED bez prądu



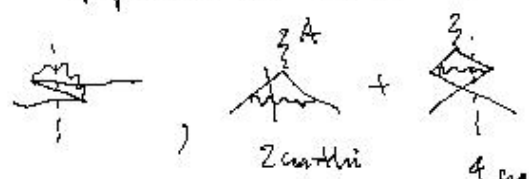
$$\Delta E_{atom} - \Delta E_{swob} = m_e(\infty) - m_e(\infty) = \text{skierowany}$$

$\propto$                        $\propto$                        $\propto$

poprawka do linii widmowej



KTP  $H = H_0 + b \int \psi^\dagger \psi$  z atomem radiumu



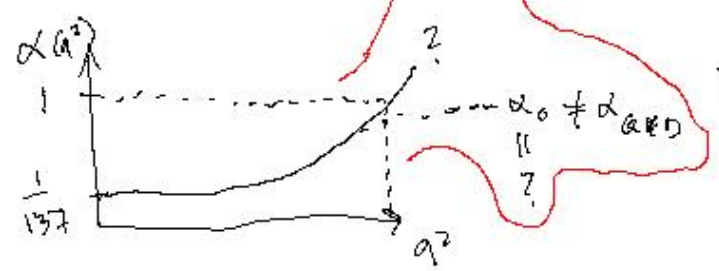
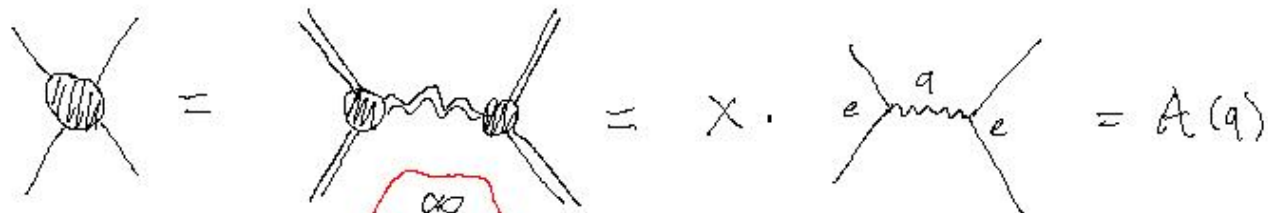
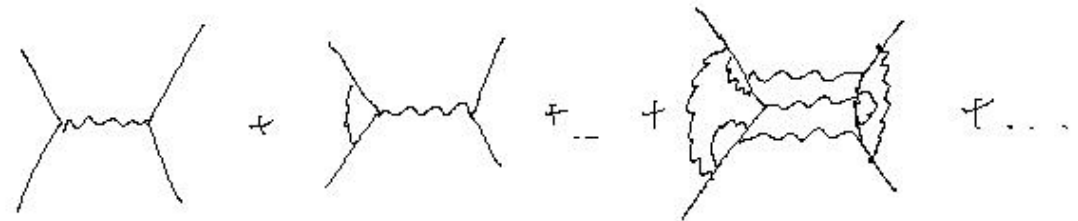
1949 Feynman z reprezentacją = bardzo prosta metoda generowania reprezentacji

1954 Gell-Mann - Low wyjaśnia + przepis na  $\infty \nabla$   
wykład radia                      jak systematyzować rachunek Feynmana do

1969 Wilson wyjaśnia sens procedury Gell-Manna i Low z pomocą H

Pytanie:  $\infty$  many niesystematycznie rozk. Feynmana

17.



$$X = \frac{\alpha(q)}{\alpha_0}$$

Gell-Mann - Low

$$q^2 \frac{d\alpha}{dq^2} = \beta(\alpha)$$

## 3.2 Czytanie pracy Diraca

### 3.2.1 Strona 18

Czytanie Diraca = Phys. Rev. 139, B 684 (1965).

[Wilson, Phys. Rev. 140, B 445 (1965) = rozumiem renormalizacji.]

18.

Co ma być stowa Hamiltonian w strewnieniu pracy Diraca?

Hamiltonian = operator w przestrzeni "Hilberta" stanów układu kwantowego

przestrzeń stanów  $\equiv$  zestaw dektatorów  $D_k, k=1, \dots, N$

zestaw prawdopodobieństwa  $P_k(|\psi\rangle) =$  prawdopodobieństwo, że pomiar stanu  $|\psi\rangle$  spowoduje zrealizowanie dektatora  $D_k$

Mechanika kwantowa  $\equiv$  
$$|\psi\rangle = \sum_{k=1}^N \psi_k |k\rangle$$

$|k\rangle :=$  stan wyznaczony przez  $D_k$

$$P_k(|\psi\rangle) = |\psi_k|^2$$

Jaki ewolucja stanów w czasie?

Współczynniki  $\psi_k$  muszą ewoluować jako

$$\sum_{k=1}^N P_k(|\psi\rangle) = 1$$

$$\sum_{k=1}^N |\psi_k|^2 = 1 = (\psi_1^*, \psi_2^*, \dots, \psi_N^*)$$

$$\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_N \end{pmatrix}$$

$$(\langle \psi_1^* |, \langle \psi_2^* |, \dots, \langle \psi_n^* |) \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} = \text{state} \sim \text{norme} = 1$$

19.

$$U^\dagger U = 1 = U U^\dagger, \quad U^\dagger = U^{-1}$$

$$|\psi\rangle(t) = U |\psi\rangle(0)$$

↑  
unitarna transformacija

$$U = e^{-iHt/\hbar}$$

matrica unitarna  $U = e^{iV}$   $V$  - hermiticheska

$$U^\dagger = e^{-iV^\dagger} = e^{-iV} = U^{-1}, \quad e^{-iV} e^{iV} = 1$$

$V^\dagger = V$

$$|\psi\rangle(t) = e^{iV(t)} |\psi\rangle(0), \quad V(t) = ? \quad |\psi\rangle(t) = e^{iV(t-t_0)} |\psi\rangle(t_0) =$$

$$V(t) = \tilde{H} \cdot t$$

↑  
operator (matrica) integralnog od vremena

$$-\tilde{H} = \frac{H}{\hbar}$$

$$= e^{iV(t-t_0)} e^{iV(t_0)} |\psi\rangle(0) = e^{iV(t-t_0)} |\psi\rangle(0)$$

$H$  uopćenito Hamiltonianem

Wartość oczekiwana wielkości dynamicznej

$x$  = macierz położenia

20.

$$|\psi\rangle = \sum_k \psi_k |k\rangle$$

$$x |k\rangle = x_k |k\rangle \quad x_k = k \cdot \Delta x$$

$$x_{kl} = \langle k | x | l \rangle = x_l \langle k | l \rangle = x_k \delta_{kl}$$

w. oczek.  $\langle x \rangle_\psi = \sum_k p_k x_k = \sum_k |\psi_k|^2 x_k = \sum_{kl} \psi_k^* x_k \delta_{kl} \psi_l =$

$$= \sum_{kl} \psi_k^* x_{kl} \psi_l = (\psi_1^*, \psi_2^*, \dots, \psi_N^*) \underbrace{\begin{pmatrix} x_1 & & 0 \\ & x_2 & \\ 0 & & x_N \end{pmatrix}}_{\text{macierz położenia}} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_N \end{pmatrix} =$$

$$= \langle \psi | \hat{x} | \psi \rangle$$

↑ operator położenia

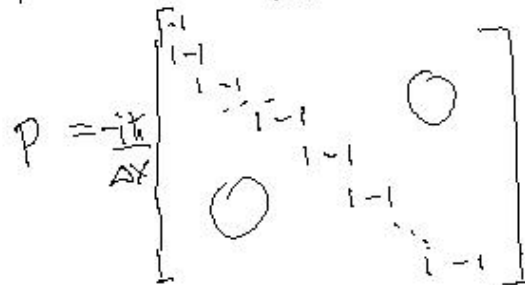
$p$  = macierz pędu

$$|\tilde{p}\rangle = \sum_k \psi_{\tilde{p}}(k) \cdot |k\rangle$$

$$p \psi_{\tilde{p}}(k) = \tilde{p} \psi_{\tilde{p}}(k)$$

$$p \Leftrightarrow -i\hbar \nabla$$

$$p \Leftrightarrow -i\hbar \frac{\psi_{k+1} - \psi_k}{\Delta x}$$



$$\langle y | \hat{p} | x \rangle = -i\hbar \nabla_y \delta(y-x)$$

$$\psi_{\tilde{p}}(k) = ? \quad \text{Odp.} \quad e^{-i\tilde{p}x/\hbar} \quad x = k \cdot \Delta x$$

21.

stan  $|\tilde{p}\rangle$  ma współrzędne  $\psi_{\tilde{p}}(k)$  w bazie  $\{|k\rangle\}$   
 które są rozwiązaniami własnymi macierzy pędu  $k=1, \dots, N$   
 $p$  o wartości własnej  $\tilde{p}$

$$p [\psi_k]_1^N = \tilde{p} [\psi_k]_1^N$$

$$\psi_{k+1} = \alpha(\tilde{p}) \cdot \psi_k$$

$$\alpha = 1 + i \frac{\tilde{p} \Delta x}{\hbar} + \dots = e^{i\tilde{p} \Delta x / \hbar}$$

$$\frac{-i\hbar}{\Delta x} (\psi_{k+1} - \psi_k) = \tilde{p} \psi_k$$

$$\psi_k = e^{i\tilde{p} k \Delta x / \hbar} \cdot \psi_0$$

$$\frac{-i\hbar}{\Delta x} (\alpha - 1) \psi_k = \tilde{p} \psi_k$$

$$\psi_x = e^{i\tilde{p} x / \hbar} \cdot c$$

$$\alpha - 1 = i\tilde{p} \Delta x / \hbar$$

ilang skalar  $(a, b) \equiv (a|b) = \langle a, b \rangle = \text{ifp} = \langle a|b \rangle$

notas = bracket (English)

$\langle \text{bra} | \text{ket} \rangle$

$\langle = \text{bra} \quad \text{ket} = \rangle$

!  
"  
c

$|k\rangle = \text{ket \# } k$

$\langle a| = \text{bra \# } a$

22.

# - sign = minus

ul. Alanisliwterch #53

$|\psi\rangle = \text{ket representing state } |\psi\rangle$   
 $= \text{state } |\psi\rangle$

$\lambda |\psi\rangle$  represents the name

$\lambda \in \mathbb{C}$  physical state as  $|\psi\rangle$

$$\langle X \rangle_\psi = \frac{\langle \psi | \hat{X} | \psi \rangle}{\langle \psi | \psi \rangle}$$

$\langle \psi | \phi \rangle = \text{ilang skalar operator } |\psi\rangle \text{ i } |\phi\rangle$

$$|\psi\rangle = \sum_k \psi_k |k\rangle, \quad |\phi\rangle = \sum_k \phi_k |k\rangle$$

$$\langle \psi | \phi \rangle = \sum_k \psi_k^* \phi_k$$

# = number

#1 = number one

$$\vec{x} = x_1 \vec{e}_1 + x_2 \vec{e}_2 + x_3 \vec{e}_3$$

$$|\psi\rangle = \psi_1 |1\rangle + \psi_2 |2\rangle + \psi_3 |3\rangle$$

$|2\rangle$  to ket # 2

$$u_H = e^{iHt/\hbar} u_S e^{-iHt/\hbar}, \quad (4)$$

$$|A_S\rangle = e^{-iHt/\hbar} |A_H\rangle, \quad (5)$$

$$\frac{d}{dt} u_H = \frac{iH}{\hbar} e^{iHt/\hbar} u_S e^{-iHt/\hbar} - u_H \frac{iH}{\hbar} = \frac{i}{\hbar} [H, u_H]$$

$$+ i\hbar \frac{d}{dt} u_H = [u_H, H] \quad (1) \text{ u Dirac'a}$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} |A_S\rangle = i\hbar \frac{-iH}{\hbar} |A_S\rangle = H |A_S\rangle \quad (2) \text{ u Dirac'a}$$

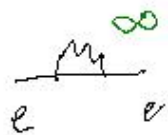
$$u_H(t) = e^{iHt/\hbar} u_H(0) e^{-iHt/\hbar}, \quad (6)$$

$$|A_{S,t}\rangle = e^{-iHt/\hbar} |A_{S,0}\rangle. \quad (7)$$

$$u_S = u_H(0)$$

$$|A_H\rangle = |A_{S,0}\rangle$$

$V-V$  (vacuum to vacuum) terms



$e-e$  term



$e-ey$  term



$ey-ey$  term

line = connected = same

external line



$eyv-eyv$

disconnected  
non-fermion  
diagram  
(due to vacuum  
state)

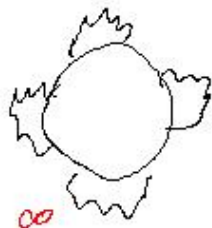
external line = line

no external lines



$\infty$

$V-V$



$\infty$

$V-V$

do deletion  
re insertion



$ee-ec$  term



$ey-ey$  term

external line

24.

$V-V$   
disconnected



//



?

.

$\infty = 0$   
 $V-V$

$$\Delta m = \langle e | H_I \frac{1}{E - H_0} H_I | e \rangle \sim \frac{e^2}{4\pi} \cdot m \cdot \ln \frac{\Lambda}{m} \quad (25)$$

$$H_I = e \int d^3x \bar{\psi} \not{A} \psi$$

↑  
coupling constant = charge = Faradumch

⌋ fine structure  
 $\alpha_{QED}$  coupling constant of QED  
 state structure subteking

$$\Lambda = m \cdot 100$$

$$\alpha_{QED} = \frac{1}{137.03599911...}$$

$$\Delta m = \alpha \cdot m \cdot \underbrace{\ln 100}_{\sim 4.6} \sim \frac{1}{100} \cdot m \sim 4\%$$

$$\alpha = \frac{1}{137} \rightarrow \alpha > 1$$

$$4\% \rightarrow 137 \cdot 4\% \sim 500\%$$

oddziaływanie relatywist.: poprawka do masy  $\gg$  masy

W atomie wodoru

$$E_n = - R_H / (n_r + l + 1)^2$$

$$n_r + l + 1 = n$$

$$R_H = \frac{1}{2} m_e c^2 \cdot \alpha^2$$

$$\bar{v}_e \sim \alpha c$$

$$\alpha \rightarrow 1$$

$$\bar{v} \rightarrow c$$

26.

27.

Now Schrödinger's wave function  $\psi$  consists of the coordinates of a vector  $|A\rangle$  satisfying (3). It seems that we can obtain  $|A\rangle$  to satisfy (3) but we cannot find  $\psi$ . This must mean that the vector  $|A\rangle$  satisfying (3) cannot be represented by coordinates. Any vector in Hilbert space can be represented by coordinates. The vector  $|A\rangle$  must therefore be in some more general space than a Hilbert space—a space having many more dimensions than Hilbert space.

(3):  
 $i\hbar d|A\rangle/dt = H|A\rangle$

(2):  
 $i\hbar(d\psi/dt) = H\psi$

$$|A\rangle = \sum_k \psi_k |k\rangle$$

$$\langle k|A\rangle = \psi_k$$

$$\begin{aligned} \hookrightarrow \langle k| i\hbar \frac{d}{dt} |A\rangle &= \sum_l \langle k| H |l\rangle \langle l|A\rangle \\ \hookrightarrow i\hbar \frac{d}{dt} \psi_k &= \sum_l H_{kl} \psi_l \end{aligned}$$

obraz Hilbertowska  
 $u_H, |A_H\rangle$

zobacz  
 $\longrightarrow$   
 obraz

$$|A\rangle_S \longrightarrow \psi$$

ale nie ma  $\psi$  w przestrzeni Hilberta  
 mamy więcej parametrów niż w przestrzeni Hilberta ?

We are thus led to look upon electrodynamics in the Schrödinger picture in the following way. The interaction is so violent that if we start with a particular state vector in Hilbert space to represent the initial state, it gets knocked right out of Hilbert space in any time interval, however short. It moves about in some more general space, in which it cannot be represented by coordinates, and thus one cannot construct a Schrödinger wave function. We may call these more general vectors "ket vectors."

28.

interaction so violent  
that it knocks out  
states from the Hilbert space

The dynamical variables of the Heisenberg picture cannot now be operators in Hilbert space, but must operate in the more general ket vector space.

$$\eta_r \eta_s + \eta_s \eta_r = 0 \rightarrow 2\eta_r^2 = 0$$

$$\eta_r \eta_s^* + \eta_s^* \eta_r = \delta_{rs}$$

$$|r\rangle = \eta_r |0\rangle \quad |s\rangle = \eta_s |0\rangle$$

$$r, s = 1, 2, \dots \quad |0\rangle = \text{próżnia}$$

$$\eta_r \eta_r |0\rangle = 0$$

tylko jeden fermion  
może mieć dany  
stan kwant.

$|r\rangle = 1$  fermion  
o l.h.w.  $r$

$|s\rangle = 1$  fermion o l.h.w.  $s$

$$\eta_r^* = b_r$$

$$\eta_r = b_r^\dagger, \quad b_r^\dagger = (b_r)^\dagger$$

$$\eta_r^* \eta_s |0\rangle = \delta_{rs} |0\rangle$$

$$|r_1, r_2, \dots, r_n\rangle = \eta_{r_1} \eta_{r_2} \dots \eta_{r_n} |0\rangle$$

$$\langle 0|r\rangle = \langle 0|\eta_s^* \eta_r |0\rangle = \langle 0|\delta_{sr}|0\rangle = \delta_{sr}$$

$$H = \frac{1}{2} a_{rs} (\eta_r \eta_s - \eta_r^* \eta_s^*)$$

współczynniki  $\eta_r \eta_s$  oraz dwa fermiony  
 $\downarrow$   
 $\eta_r \eta_s$   
 $\eta_r \eta_s$   
 rólci dwa fermiony

$$H |0\rangle = \frac{1}{2} a_{rs} \eta_r \eta_s |0\rangle$$

summy po  
 parzystych indeksach

29

$a_{rs} = \psi$  stanu  $H |0\rangle$ .

$$\eta_r^* |S\rangle = 0 \quad \text{for all } r. \quad (10) \quad \textcircled{30}$$

Let us try to get a solution of the Schrödinger equation (3) with the state vector  $|A\rangle$  initially equal to  $|S\rangle$ .

We have

$$H|S\rangle = \frac{1}{2} a_{rs} \eta_r \eta_s |S\rangle,$$

$$H^2|S\rangle = \frac{1}{4} a_{rs} a_{pq} \eta_r \eta_s \eta_p \eta_q |S\rangle - \frac{1}{4} a_{rs} a_{pq} \eta_r^* \eta_s^* \eta_p \eta_q |S\rangle.$$

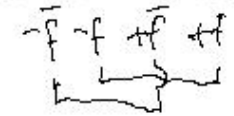
The second term reduces to

$$-\frac{1}{2} a_{rs} a_{sr} |S\rangle.$$

$$H = \int d^3x \bar{\psi} (i \vec{\alpha} \vec{\nabla} + \beta m) \psi$$

$b^\dagger + d \qquad b + d^\dagger$

$$b^\dagger d^\dagger + db$$



$$a^z = -1$$

$$-\frac{1}{2} a_{rs} a_{sr} = \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{\infty} (-1)$$

$$-\frac{1}{2} \text{Tr } a^2$$

$|S\rangle$  kandydat na próżnię bo  $\eta_r^* |S\rangle = 0$  oznacza, że nie ma w niej fermionów.  
 $\eta_r |S\rangle$  dodatkowy fermion  $\uparrow$  pusty stan  
 $\eta_s \eta_r |S\rangle$  dodatkowy drugi fermion,  $\uparrow$  H działał 2 fermionowy lub ujmując 2 fermionowy  
 $\bar{\psi} \psi$  stan + stan



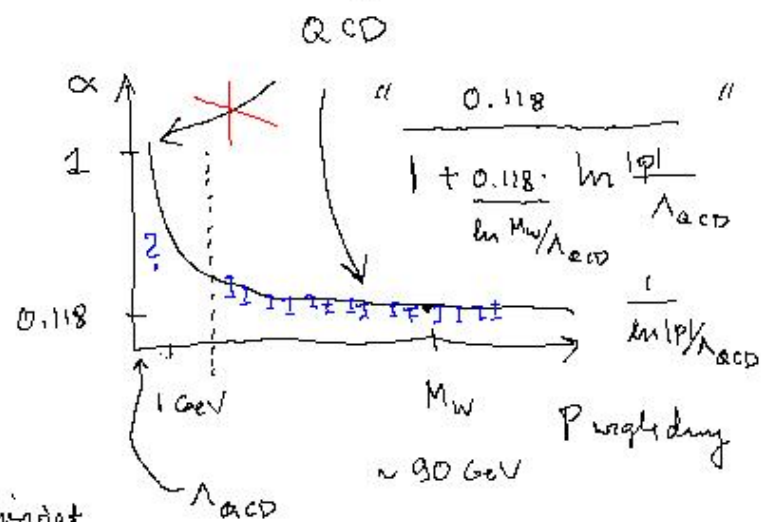
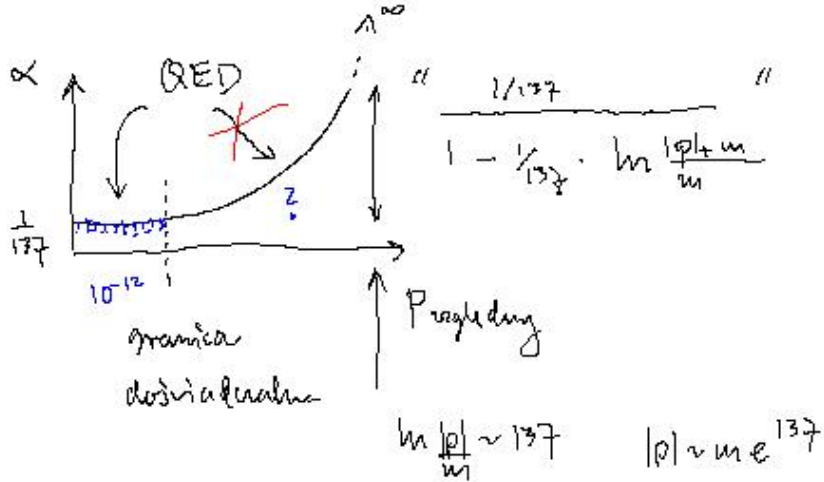
Dlaczego proton ma ten sam ładunek co elektron i dlaczego  
 ładunek protonu miałby zbieżać się do tego samego jak ładunek elektronu?

32

Nic wiadomo. Nic wiadomo.

$\alpha \approx \frac{1}{137}$  ?

$\Lambda_{QCD} \sim 200 \text{ MeV}$



$m e^{137} \gg M_{\text{Planck}}$

$p_{sd} \equiv p_{sd}$  względny

$m \rightarrow m$

$\vec{p}_1 = \vec{p}$     $-\vec{p} = \vec{p}_2$

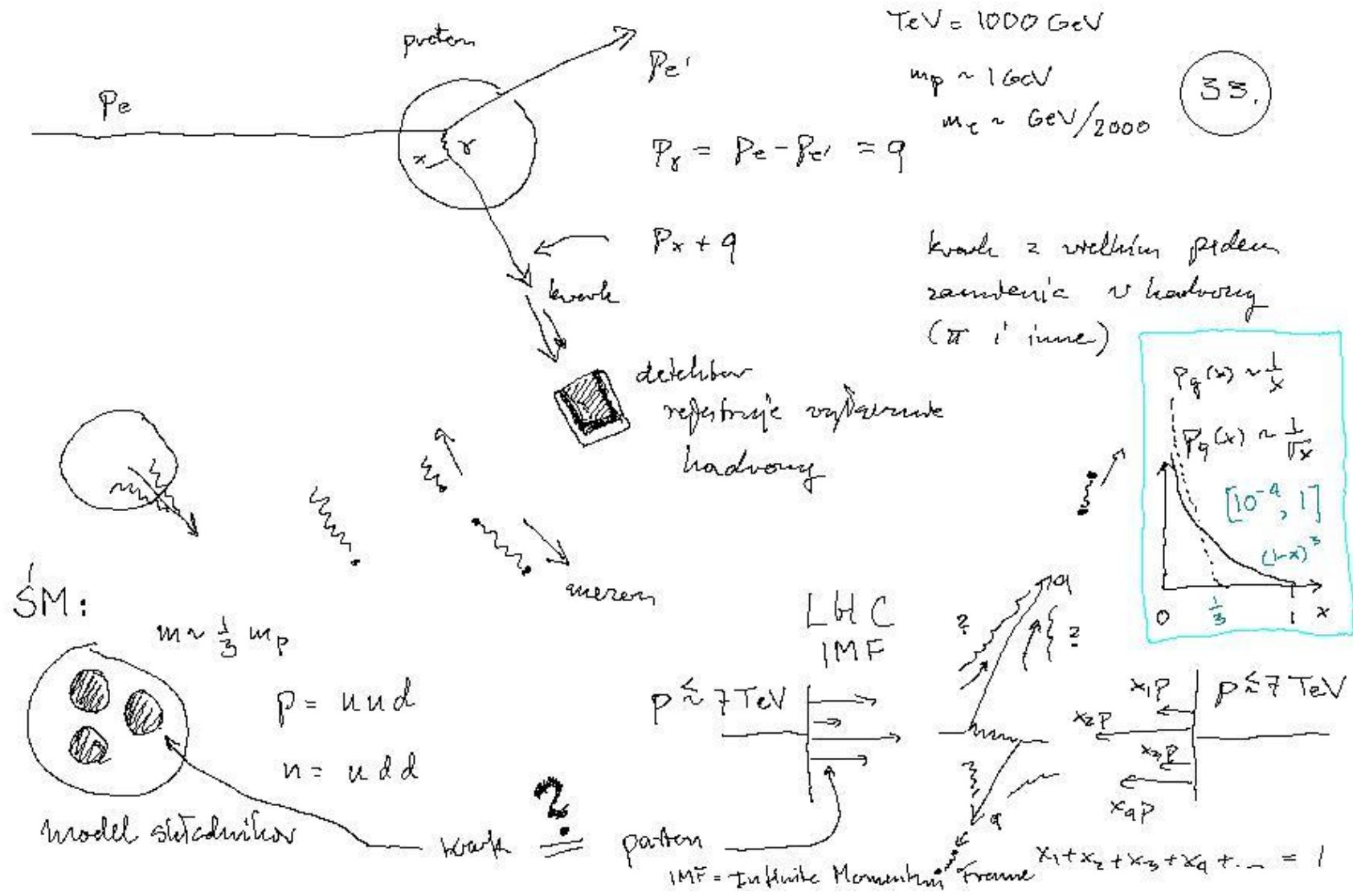
$(\sqrt{m^2 + \vec{p}^2} + \sqrt{m^2 + \vec{p}^2})^2 =$

$= (p_1 + p_2)^2$     $M^2 = 4(m^2 + \vec{p}^2)$

asymptoty coraz swobodna

asymptoty coraz dłużej pędzą

$\alpha_{QCD} \rightarrow 0$



## 4.2 Dydaktyczny przykład

### 4.2.1 Strona 34

$$H = H_0 + H_I \quad H_0 |i\rangle = E_i |i\rangle$$

$$\langle i | H_I | j \rangle = -g \sqrt{E_i E_j} \quad (2.3)$$

$g$  - stała sprzężenia

$$\langle m | H | n \rangle = E_m \delta_{mn} - g \sqrt{E_m E_n}$$

$$E_i = b^{2i} \quad (2.4) \quad b = \sqrt{2}$$

stała logarytmiczna

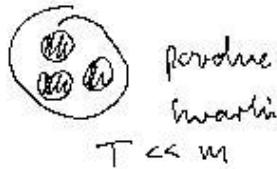
$$\ln E_i = i$$

$$E_i = 2^i$$

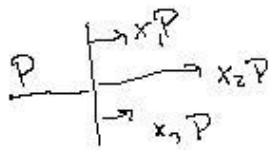
$$E_i = e^i$$

34.

Uczeniem zwrócić jako metoda oparciu się zakres energii do masy, bo  $v \sim v$ . Schrödingera dla ustalonych długości węzła (2 lub 3) może dotyczyć masy protonu  $\gg m$  (szybkość ruchu względem porównawczej dźwięczności protonu).



$\cdot p, e$  rodzime cząstki i t.p.  
 $H$   $v \sim \alpha c$   
 $T \ll m$



protony  $\rightarrow$  ob  
w zderzeniu dwóch protonów

Prędkość  $\sim 10^9 m_p \gg m_{materia}, T \gg m$

W teorii zakres protonów jest  $0 - \infty$ .  
W mechanizmie wstrząsu który jest  $p \sim \frac{1}{r}$   
 $r$  - promień wstrząsu

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + H_I \quad H_0 |i\rangle = E_i |i\rangle \quad \langle i|H|j\rangle = -g\sqrt{E_i E_j} \quad (2.3) \quad \langle i|j\rangle = \delta_{ij}$$

$$\langle m|H|n\rangle = E_m \delta_{mn} - g\sqrt{E_m E_n}$$

$$E_i = e^i$$

$E_i \sim$  energia  
rodnu  
wzrostajacego  
slitadunkow

35.

Teoria optymalnego ewaluacji stanów

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi\rangle = \hat{H} |\psi\rangle \quad \hbar = 1$$

$$|\psi\rangle = f(t) \cdot |\phi\rangle \quad f(t) = e^{-iEt/\hbar}$$

$$\hat{H} |\phi\rangle = E |\phi\rangle$$



$E = ?$  czy moze zredukowac zakres  $m$  i  $n$  w  $H_{mn}$  i obnizyc wartosc  $z$  do  $z'$  poprawnie wyznaczi na  $E$ ?

$$\hat{H} |\phi\rangle = E |\phi\rangle$$

$$\langle m|\hat{H}|\phi\rangle = E \langle m|\phi\rangle$$

$$\langle m|\phi\rangle = \phi_m$$

$$|\phi\rangle = \sum_m \phi_m |m\rangle$$

$$H_0 |m\rangle = e^m |m\rangle$$

$$E_m \phi_m - g\sqrt{E_m} \sum_n \underbrace{\sqrt{E_n}}_C \phi_n = E \phi_m$$

$m$  dowolne całkowite

$$E_m \phi_m - g\sqrt{E_m} \cdot C = E \phi_m, \quad \phi_m = \frac{gC\sqrt{E_m}}{E_m - E}$$

$$E_m \phi_m - g \sqrt{E_m} \sum_n \sqrt{E_n} \phi_n = E \phi_m, \quad \langle E \rangle = \sum_m |\phi_m|^2 E_m = \sum_m \frac{E_m}{E_m} \approx \infty$$

w dowolnej całkowitej C

$$E_m \phi_m - g \sqrt{E_m} \cdot C = E \phi_m, \quad \phi_m = \frac{g C \sqrt{E_m}}{E_m - E} \sim \frac{1}{\sqrt{E_m}} \text{ w dużej}$$

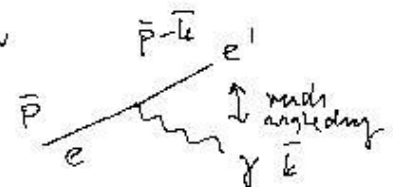
$$C = \sum_n \sqrt{E_n} \phi_n = \sum_n \sqrt{E_n} \frac{g C \sqrt{E_n}}{E_n - E}$$

$$1 = g \sum_n \frac{E_n}{E_n - E} = g \sum_n \frac{e^n}{e^n - E}$$

$$1 = g \sum_n \frac{e^n}{e^n + E_w} = g \sum_n \frac{1}{1 + E_w e^{-n}}$$

$$1 \approx g \sum_{n > \ln E_w} 1 = g \cdot \infty$$

$E_w e^{-n} \ll 1$      $e^n \gg 1/E_w$   
 H już się dowiecie



Stan zotoczony  
 $E_n = n + M_{mucha} - E_w$   
 $\leftarrow n + M_{mucha}$   
 nasza wartość i różnica energii

$$\phi_m \sim \frac{1}{\sqrt{E_m}}, \quad H_E |\phi\rangle, \quad \langle m | H_0 | \phi \rangle = -g \sqrt{E_m} \sum_n \sqrt{E_n} \frac{1}{\sqrt{E_n}} \neq 0 \text{ stany}$$

pod względem  $= \bar{k}$

$$M \leq m, n, i, j, k, \dots \leq N$$

$\infty$ -problem  $\rightarrow$  skończony  
 $M, N$  obsyła (cut-offy)

37.

$$E_{\min} = e^M \quad M - \text{drugi uformy}$$

$$E_{\max} = e^N \quad N - \text{drugi dodatnie}$$

$$E_{\max} = \Lambda = e^N \quad \boxed{N = \ln \Lambda}$$

$$I = g \sum_{n=M}^N \frac{E_n}{E_n + E_w} \approx g \cdot (N - \ln E_w)$$

suma podjęta dla  $\ln E_w - n$  uformy  
 $n > \ln E_w$

$$\frac{e^n}{e^n + E_w} = \frac{1}{1 + E_w e^{-n}}$$

$$= \frac{1}{1 + e^{\ln E_w - n}}$$

$$g \sim \frac{1}{N - \ln E_w} = \frac{1}{\ln \Lambda - \ln E_w} = \frac{1}{\ln \frac{\Lambda}{E_w}}$$

mały  $\leftarrow \ln E_w - n > 1$   
 odśrodek do. sumy

1 do sumy  $\leftarrow \ln E_w - n \ll -1$

$$g \rightarrow g_\Lambda \sim \frac{1}{\ln \frac{\Lambda}{E_w}}$$

analiza ze wzrostem  $\Lambda$ :

**AS =**

im większy zakres energii w stanie tym większy Tachonach

$$\hat{H} \rightarrow \hat{H}_N$$

$$H_{mn} = E_m \delta_{mn} - g \sqrt{E_m E_n} \rightarrow H_{mn}^{(N)} = H_{mn} \theta(N-m) \theta(N-n) \rightarrow \textcircled{38}$$

$$\rightarrow H_{Nmn} = \left( E_m \delta_{mn} - g_N \sqrt{E_m E_n} \right) \theta(N-m) \theta(N-n) \quad \theta(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

$H_{mn} \sim$  kanoniczny hamiltonian  $\sim$  KTD (Dirac)  $\frac{1}{2} x=0$

$H_{mn}^{(N)} \sim$  regularizowany hamiltonian (limit  $\infty \rightarrow N, e^N$ )

$H_{Nmn} \sim$  zrenormalizowany hamiltonian (stała  $g$  zależy od  $N$ )

$E_w =$  energia wiazania nie zależy od  $N$ .

To było zagadnanie co zrobic, gdy  $N \rightarrow \infty$ ; ualesnic  $g$  od  $N$  tak, żeby  $E_w$  (dozwolna obserwacja) nie zależala od  $N$ . ("rozkład mule" Dirac'a, PR139)

Wilson, PR140: "A ja utem co zrobic!" Demonstracja, że uależniwosc  $g$  od  $N$  jest logicznie koniecznym krokiem. **WYZWANIE**