Miary splątania kwantowego

Michał Kotowski
michal.kotowski1@gmail.com

K MISMaP, Uniwersytet Warszawski
Studenckie Koło Fizyki UW (SKFiz UW)

24 kwietnia 2010

Spis treści

Splątanie kwantowe

Splątanie kwantowe (*quantum entanglement*) - najbardziej nieintuicyjne zjawisko kwantowe

Splątanie kwantowe

Splątanie kwantowe (*quantum entanglement*) - najbardziej nieintuicyjne zjawisko kwantowe

- występuje w układach wielu (dwóch lub więcej) cząstek

Splątanie kwantowe

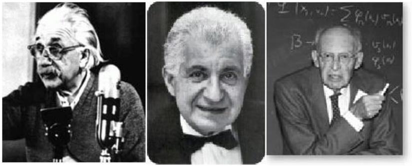
Splątanie kwantowe (*quantum entanglement*) - najbardziej nieintuicyjne zjawisko kwantowe

- występuje w układach wielu (dwóch lub więcej) cząstek
- istnienie nielokalnych kwantowych korelacji miedzy podukładami (silniejszych niż jakiekolwiek korelacje klasyczne)

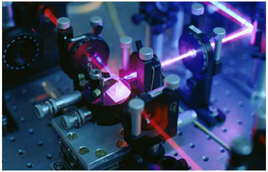
Splątanie kwantowe

Splątanie kwantowe (*quantum entanglement*) - najbardziej nieintuicyjne zjawisko kwantowe

- występuje w układach wielu (dwóch lub więcej) cząstek
- istnienie nielokalnych kwantowych korelacji miedzy podukładami (silniejszych niż jakiekolwiek korelacje klasyczne)
- lata 30.: paradoks Einsteina-Podolsky'ego-Rosena, *spooky action at a distance*

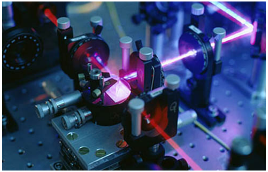


Splątanie kwantowe



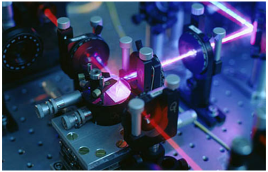
- "odkryte" na nowo po kilkudziesięciu latach w kontekście kwantowej teorii informacji

Splątanie kwantowe



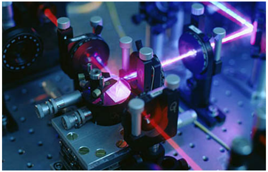
- "odkryte" na nowo po kilkudziesięciu latach w kontekście kwantowej teorii informacji
- zastosowania w kryptografii i komunikacji kwantowej, potencjalnie w komputerach kwantowych...

Splątanie kwantowe



- "odkryte" na nowo po kilkudziesięciu latach w kontekście kwantowej teorii informacji
- zastosowania w kryptografii i komunikacji kwantowej, potencjalnie w komputerach kwantowych...
- splątanie jako nowy "fizyczny zasób" (wykonuje zadania, zużywa sie, nie można go stworzyć za darmo...)

Splątanie kwantowe



- "odkryte" na nowo po kilkudziesięciu latach w kontekście kwantowej teorii informacji
- zastosowania w kryptografii i komunikacji kwantowej, potencjalnie w komputerach kwantowych...
- splątanie jako nowy "fizyczny zasób" (wykonuje zadania, zużywa sie, nie można go stworzyć za darmo...)
- źródło nowych problemów matematycznych

Paradoks EPR

- Alicja i Bob mają parę cząstek w stanie:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle\right)$$

Paradoks EPR

- Alicja i Bob mają parę cząstek w stanie:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle\right)$$

- Jeśli Alicja wykona pomiar spinu i dostanie w wyniku spin $\uparrow$, to Bob zawsze otrzyma $\downarrow$ (i odwrotnie).

Paradoks EPR

- Alicja i Bob mają parę cząstek w stanie:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle\right)$$

- Jeśli Alicja wykona pomiar spinu i dostanie w wyniku spin $\uparrow$, to Bob zawsze otrzyma $\downarrow$ (i odwrotnie).
- Pomiary spinów są całkowicie antyskorelowane...

Paradoks EPR

- Alicja i Bob mają parę cząstek w stanie:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle \right)$$

- Jeśli Alicja wykona pomiar spinu i dostanie w wyniku spin $\uparrow$, to Bob zawsze otrzyma $\downarrow$ (i odwrotnie).
- Pomiary spinów są całkowicie antyskorelowane...
- ... mimo że Alicja i Bob znajdują się na przeciwległych krańach Wszechświata.

Problemy teorii splątania

- Które stany są splątane, a które nie?
- Które stany są bardziej splątane od innych (tytułowe ilościowe "miary" splątania)?
- Czy mogą istnieć różne rodzaje splątania?

Stany czyste

- Stan układu N cząstek opisujemy przez wektor z przestrzeni Hilberta $|\psi\rangle \in H_1 \otimes \ldots \otimes H_N$ (skończenie wymiarowej) (unormowany do 1)
- W najprostszym przypadku $|\psi\rangle \in H \otimes H$

  (np. dwie cząstki o spinie 1/2)
- Każdy stan w ustalonej bazie możemy zapisać jako $|\psi\rangle = \sum_{i,j,k\ldots} a_{ijk\ldots} |ijk\ldots\rangle$
- $|\psi\rangle\langle\psi|$ - operator rzutowy na stan $|\psi\rangle$

Stany mieszane

- **Macierz gęstości** $\rho \in \mathcal{B}(H_1 \otimes \ldots \otimes H_N)$ opisuje **mieszaninę statystyczną** różnych stanów czystych:

$$\rho = \rho^\dagger, \quad \rho \geqslant 0$$
$$\mathrm{Tr}\, \rho = 1$$

Stany mieszane

- **Macierz gęstości** $\rho \in \mathcal{B}(H_1 \otimes \ldots \otimes H_N)$ opisuje **mieszaninę statystyczną** różnych stanów czystych:

$$\rho = \rho^\dagger, \quad \rho \geqslant 0$$
$$\mathrm{Tr}\, \rho = 1$$

- Każda macierz gęstości jest kombinacją wypukłą stanów czystych:

$$\rho = \sum_{i=1}^{k} p_i \left|\psi_i\right\rangle \left\langle\psi_i\right|$$
$$\sum_{i=1}^{k} p_i = 1, \quad \left|\psi_i\right\rangle \in H_1 \otimes \ldots \otimes H_N$$

Stany mieszane

- Stanom czystym odpowiadają operatory rzutowe $\rho_\psi = |\psi\rangle\langle\psi|$

Stany mieszane

- Stanom czystym odpowiadają operatory rzutowe $\rho_\psi = |\psi\rangle\langle\psi|$
- W ogólnosci macierz gęstości nie jest rzutem na żaden stan czysty

Stany mieszane

- Stanom czystym odpowiadają operatory rzutowe $\rho_\psi = |\psi\rangle\langle\psi|$
- W ogólnosci macierz gęstości nie jest rzutem na żaden stan czysty
- Przykłady:

$$\rho = p\,|0\rangle\langle 0| + (1-p)\,|1\rangle\langle 1|$$

(mieszanina stanów $|0\rangle$ i $|1\rangle$)

$$\rho = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} |i\rangle\langle i|$$

(stan maksymalnie mieszany)

Definicja splątania - stany czyste

- Stan $|\psi\rangle \in H_A \otimes H_B$ nazywamy **separowalnym**, jeśli da się zapisać jako $|\psi\rangle = |\psi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$

Definicja splątania - stany czyste

- Stan $|\psi\rangle \in H_A \otimes H_B$ nazywamy **separowalnym**, jeśli da się zapisać jako $|\psi\rangle = |\psi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$
- Stan jest **splątany**, jesli nie jest separowalny

Definicja splątania - stany czyste

- Stan $|\psi\rangle \in H_A \otimes H_B$ nazywamy **separowalnym**, jeśli da się zapisać jako $|\psi\rangle = |\psi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$
- Stan jest **splątany**, jesli nie jest separowalny
- Przykład: **stany Bella** (pary EPR)

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle \pm |11\rangle)$$
$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle \pm |10\rangle)$$

Definicja splątania - stany czyste

- Stan $|\psi\rangle \in H_A \otimes H_B$ nazywamy **separowalnym**, jeśli da się zapisać jako $|\psi\rangle = |\psi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$
- Stan jest **splątany**, jesli nie jest separowalny
- Przykład: **stany Bella** (pary EPR)

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle \pm |11\rangle)$$
$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle \pm |10\rangle)$$

- Można je uważać za "najbardziej splątane" dla układów dwóch cząstek

Definicja splątania

Ogólniej, dla układu N cząstek splątanie oznacza, że:

$$|\psi\rangle \neq |\psi_1\rangle \otimes \ldots \otimes |\psi_N\rangle$$

Definicja splątania

Ogólniej, dla układu N cząstek splątanie oznacza, że:

$$|\psi\rangle \neq |\psi_1\rangle \otimes \ldots \otimes |\psi_N\rangle$$

Jak (prosto) rozpoznać, czy dany stan jest splątany?

Rozkład Schmidta

- Zaczynamy od układów dwucząstkowych

Rozkład Schmidta

- Zaczynamy od układów dwucząstkowych
- Niech $|\psi\rangle = \sum_{i,j} t_{ij} |i\rangle \otimes |j\rangle$, $|\psi\rangle \in H_A \otimes H_B$ (w ustalonej bazie)

Rozkład Schmidta

- Zaczynamy od układów dwucząstkowych
- Niech $|\psi\rangle = \sum_{i,j} t_{ij} |i\rangle \otimes |j\rangle$, $|\psi\rangle \in H_A \otimes H_B$ (w ustalonej bazie)
- Można zawsze znaleźć takie bazy w H_A i H_B, że $|\psi\rangle$ ma postać:

$$|\psi\rangle = \sum_k \lambda_k |k\rangle \otimes |k\rangle$$

(rozkład osobliwy macierzy $\{t_{ij}\}_{i,j=1,\ldots,N}$)

Rozkład Schmidta

- Liczby $(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_N)$ nazywamy **wektorem Schmidta**

Rozkład Schmidta

- Liczby $(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_N)$ nazywamy **wektorem Schmidta**
- Dla stanów separowalnych $|\psi\rangle = |\psi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$ mamy tylko jeden składnik w rozkładzie, czyli:

$$(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_N) = (1, 0, \ldots, 0)$$

Rozkład Schmidta

- Liczby $(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_N)$ nazywamy **wektorem Schmidta**
- Dla stanów separowalnych $|\psi\rangle = |\psi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$ mamy tylko jeden składnik w rozkładzie, czyli:

$$(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_N) = (1, 0, \ldots, 0)$$

- Więcej niż jedno niezerowe λ_i oznacza splątanie!

Rozkład Schmidta

- Liczby $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N)$ nazywamy **wektorem Schmidta**
- Dla stanów separowalnych $|\psi\rangle = |\psi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$ mamy tylko jeden składnik w rozkładzie, czyli:

$$(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N) = (1, 0, \dots, 0)$$

- Więcej niż jedno niezerowe λ_i oznacza splątanie!
- Dla stanu maksymalnie splątanego $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^{N} |i\rangle \otimes |i\rangle$ mamy:

$$(\lambda_1, \dots, \lambda_N) = \left(\frac{1}{N}, \dots, \frac{1}{N}\right).$$

Rozkład Schmidta

- Wektor Schmidta jest niezmienniczy na **lokalne unitarne transformacje**:

$$|\psi\rangle \xrightarrow{U \otimes V} U \otimes V |\psi\rangle = \sum_k \lambda_k U |k\rangle \otimes V |k\rangle$$

Rozkład Schmidta

- Wektor Schmidta jest niezmienniczy na **lokalne unitarne transformacje**:

$$|\psi\rangle \xrightarrow{U \otimes V} U \otimes V |\psi\rangle = \sum_k \lambda_k U |k\rangle \otimes V |k\rangle$$

- Łatwo go obliczyć

Rozkład Schmidta

- Wektor Schmidta jest niezmienniczy na **lokalne unitarne transformacje**:

$$|\psi\rangle \xrightarrow{U \otimes V} U \otimes V |\psi\rangle = \sum_k \lambda_k U |k\rangle \otimes V |k\rangle$$

- Łatwo go obliczyć
- Nie ma prostego uogólnienia na więcej niż dwa układy

Miary splątania

- Które stany są mniej, a które bardziej splątane?

Miary splątania

- Które stany są mniej, a które bardziej splątane?
- Intuicja: stan $|\psi\rangle = (1-\epsilon)|00\rangle + \epsilon|11\rangle$ jest "prawie" separowalny...

Miary splątania

- Które stany są mniej, a które bardziej splątane?
- Intuicja: stan $|\psi\rangle = (1-\epsilon)|00\rangle + \epsilon|11\rangle$ jest "prawie" separowalny...
- W zastosowaniach (teleportacja stanu kwantowego, protokoły kryptograficzne) potrzebne jest możliwie "czyste" splątanie

Aksjomaty

Czego oczekujemy od dobrej miary splątania E?

Aksjomaty

Czego oczekujemy od dobrej miary splątania E?

- nieujemna, $E(|\psi\rangle) \geqslant 0$

Aksjomaty

Czego oczekujemy od dobrej miary splątania E?

- nieujemna, $E(|\psi\rangle) \geqslant 0$
- znika dla stanów separowalnych, $E(|\psi_{sep}\rangle) = 0$

Aksjomaty

Czego oczekujemy od dobrej miary splątania E?

- nieujemna, $E(|\psi\rangle) \geqslant 0$
- znika dla stanów separowalnych, $E(|\psi_{sep}\rangle) = 0$
- nie wzrasta przy **lokalnych operacjach** i **klasycznej komunikacji**, $E(\Lambda(|\psi\rangle)) \leqslant E(|\psi\rangle)$

Lokalne operacje i klasyczna komunikacja (LOCC)

Typowy protokół komunikacyjny:

- Alicja i Bob są w odległych laboratoriach, posiadają po jednej cząstce

Lokalne operacje i klasyczna komunikacja (LOCC)

Typowy protokół komunikacyjny:

- Alicja i Bob są w odległych laboratoriach, posiadają po jednej cząstce
- Alicja wykonuje pomiar, przesyła wynik Bobowi (klasycznym kanałem, np. przez telefon)

Lokalne operacje i klasyczna komunikacja (LOCC)

Typowy protokół komunikacyjny:

- Alicja i Bob są w odległych laboratoriach, posiadają po jednej cząstce
- Alicja wykonuje pomiar, przesyła wynik Bobowi (klasycznym kanałem, np. przez telefon)
- w zależności od wyniku Bob wykonuję jakąś operację, np. ewolucję unitarna

Lokalne operacje i klasyczna komunikacja (LOCC)

Typowy protokół komunikacyjny:

- Alicja i Bob są w odległych laboratoriach, posiadają po jednej cząstce
- Alicja wykonuje pomiar, przesyła wynik Bobowi (klasycznym kanałem, np. przez telefon)
- w zależności od wyniku Bob wykonuję jakąś operację, np. ewolucję unitarna
- Bob wykonuje pomiar, przesyła wynik Alicji

Lokalne operacje i klasyczna komunikacja (LOCC)

Typowy protokół komunikacyjny:

- Alicja i Bob są w odległych laboratoriach, posiadają po jednej cząstce
- Alicja wykonuje pomiar, przesyła wynik Bobowi (klasycznym kanałem, np. przez telefon)
- w zależności od wyniku Bob wykonuję jakąś operację, np. ewolucję unitarna
- Bob wykonuje pomiar, przesyła wynik Alicji
- ...

LOCC - c. d.

- Protokół może wytworzyć klasyczne korelacje pomiędzy układami Alicji i Boba

LOCC - c. d.

- Protokół może wytworzyć klasyczne korelacje pomiędzy układami Alicji i Boba
- Miara splątania powinna mierzyć korelacje niemożliwe do odtworzenia klasycznie...

LOCC - c. d.

- Protokół może wytworzyć klasyczne korelacje pomiędzy układami Alicji i Boba
- Miara splątania powinna mierzyć korelacje niemożliwe do odtworzenia klasycznie...
- ... dlatego ma nie wzrastać przy wykonywaniu operacji tylko na jednym podukładzie i przy klasycznej komunikacji (*entanglement monotone*)

Częściowy ślad

- Załóżmy, że mamy układ dwóch cząstek ρ na przestrzeni $H_A \otimes H_B$.

Częściowy ślad

- Załóżmy, że mamy układ dwóch cząstek ρ na przestrzeni $H_A \otimes H_B$.
- Operacja częściowego śladu polega na odrzuceniu drugiego układu (interesuje nas tylko opis stanu pierwszego układu):

$$\mathrm{Tr}_B \rho = \sum_i \langle i | \rho | i \rangle , \quad | i \rangle \in H_B$$

Częściowy ślad

- Załóżmy, że mamy układ dwóch cząstek ρ na przestrzeni $H_A \otimes H_B$.
- Operacja częściowego śladu polega na odrzuceniu drugiego układu (interesuje nas tylko opis stanu pierwszego układu):

$$\mathrm{Tr}_B \rho = \sum_i \langle i | \rho | i \rangle , \quad | i \rangle \in H_B$$

- Np. $\rho = \rho_A \otimes E$, E - nieznany stan otoczenia (laboratorium, reszty Wszechświata...)

Częściowy ślad

- Załóżmy, że mamy układ dwóch cząstek ρ na przestrzeni $H_A \otimes H_B$.
- Operacja częściowego śladu polega na odrzuceniu drugiego układu (interesuje nas tylko opis stanu pierwszego układu):

$$\mathrm{Tr}_B \rho = \sum_i \langle i | \rho | i \rangle , \quad |i\rangle \in H_B$$

- Np. $\rho = \rho_A \otimes E$, E - nieznany stan otoczenia (laboratorium, reszty Wszechświata...)
- Interesuje nas tylko stan ρ_A, więc "uśredniamy" po możliwych stanach otoczenia.

Stany EPR

- Dla separowalnego stanu $\psi = |00\rangle$ mamy:

$$\mathrm{Tr}_B \, |\psi\rangle \langle\psi| = |0\rangle \langle 0|$$

stan czysty (pełna informacja o stanie)

Stany EPR

- Dla separowalnego stanu $\psi = |00\rangle$ mamy:

$$\mathrm{Tr}_B |\psi\rangle \langle\psi| = |0\rangle \langle 0|$$

  stan czysty (pełna informacja o stanie)

- Dla stanu EPR $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$

$$\mathrm{Tr}_B |\psi\rangle \langle\psi| = \frac{1}{2} |0\rangle \langle 0| + \frac{1}{2} |1\rangle \langle 1|$$

  stan całkowicie mieszany (pełna losowość, brak informacji o stanie)

Stany EPR

- Dla separowalnego stanu $\psi = |00\rangle$ mamy:

$$\mathrm{Tr}_B |\psi\rangle \langle\psi| = |0\rangle \langle 0|$$

  stan czysty (pełna informacja o stanie)

- Dla stanu EPR $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$

$$\mathrm{Tr}_B |\psi\rangle \langle\psi| = \frac{1}{2} |0\rangle \langle 0| + \frac{1}{2} |1\rangle \langle 1|$$

  stan całkowicie mieszany (pełna losowość, brak informacji o stanie)

- Z punktu widzenia Alicji stan jej cząstki jest całkowicie losowy.

Entropia

"Best possible knowledge of a whole does not include best possible knowledge of its parts — and this is what keeps coming back to haunt us" (Erwin Schrödinger, 1935) .

Entropia

"Best possible knowledge of a whole does not include best possible knowledge of its parts — and this is what keeps coming back to haunt us" (Erwin Schrödinger, 1935) .

- Miarą losowości jest **entropia**

Entropia von Neumanna

- Dla dowolnego stanu ρ określamy jego entropię $S(\rho) = -\mathrm{Tr}(\rho \log \rho)$

Entropia von Neumanna

- Dla dowolnego stanu ρ określamy jego entropię $S(\rho) = -\mathrm{Tr}(\rho \log \rho)$
- Dla stanu $|\psi\rangle \in H_A \otimes H_B$ określamy **entropię von Neumanna**:
$$S(\psi) = S\left(\mathrm{Tr}_B |\psi\rangle \langle\psi|\right)$$

Entropia von Neumanna

- Dla dowolnego stanu ρ określamy jego entropię $S(\rho) = -\mathrm{Tr}(\rho \log \rho)$
- Dla stanu $|\psi\rangle \in H_A \otimes H_B$ określamy **entropię von Neumanna**:

$$S(\psi) = S\left(\mathrm{Tr}_B |\psi\rangle\langle\psi|\right)$$

- Mamy:

$$S(\psi) = -\sum_i |\lambda_i|^2 \log |\lambda_i|^2$$

λ_i - liczby Schmidta

Entropia von Neumanna

- Nieujemna

Entropia von Neumanna

- Nieujemna
- Znika dla stanów separowalnych

Entropia von Neumanna

- Nieujemna
- Znika dla stanów separowalnych
- Maksymalna dla stanów typu EPR

Entropia von Neumanna

- Nieujemna
- Znika dla stanów separowalnych
- Maksymalna dla stanów typu EPR
- Jest LOCC-monotoniczna

Destylowalność

- Entropia von Neumanna ma wyraźny sens operacyjny

Destylowalność

- Entropia von Neumanna ma wyraźny sens operacyjny
- Wyobraźmy sobie, że mamy m kopii dowolnego stanu $|\psi\rangle$, $|\psi\rangle \otimes \ldots \otimes |\psi\rangle$

Destylowalność

- Entropia von Neumanna ma wyraźny sens operacyjny
- Wyobraźmy sobie, że mamy m kopii dowolnego stanu $|\psi\rangle$, $|\psi\rangle \otimes \ldots \otimes |\psi\rangle$
- Chcemy za pomocą jakiegoś LOCC-protokołu otrzymać możliwie dużo n stanów $|EPR\rangle$ (**destylacja splątania**)

$$|\psi\rangle^{\otimes m} \xrightarrow{LOCC} |EPR\rangle^{\otimes n}$$

Destylowalność

- Entropia von Neumanna ma wyraźny sens operacyjny
- Wyobraźmy sobie, że mamy m kopii dowolnego stanu $|\psi\rangle$, $|\psi\rangle \otimes \ldots \otimes |\psi\rangle$
- Chcemy za pomocą jakiegoś LOCC-protokołu otrzymać możliwie dużo n stanów $|EPR\rangle$ (**destylacja splątania**)

$$|\psi\rangle^{\otimes m} \xrightarrow{LOCC} |EPR\rangle^{\otimes n}$$

- Okazuje się, że $\lim_{m\to\infty} \frac{n}{m} = S(\psi)$!

Destylowalność

- Entropia von Neumanna ma wyraźny sens operacyjny
- Wyobraźmy sobie, że mamy m kopii dowolnego stanu $|\psi\rangle$, $|\psi\rangle \otimes \ldots \otimes |\psi\rangle$
- Chcemy za pomocą jakiegoś LOCC-protokołu otrzymać możliwie dużo n stanów $|EPR\rangle$ (**destylacja splątania**)

$$|\psi\rangle^{\otimes m} \xrightarrow{LOCC} |EPR\rangle^{\otimes n}$$

- Okazuje się, że $\lim_{m\to\infty} \frac{n}{m} = S(\psi)$!
- Stan $|EPR\rangle$ służy tu jako "jednostka" zasobu, jakim jest splątanie

Ułady wielu cząstek

- Co z układami więcej niż dwóch cząstek (np. $H_1 \otimes H_2 \otimes H_3$)?

Układy wielu cząstek

- Co z układami więcej niż dwóch cząstek (np. $H_1 \otimes H_2 \otimes H_3$)?
- W przeciwieństwie do układów dwóch cząstek nie ma "kanonicznego" stanu splątanego:

$$|GHZ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle + |111\rangle)$$

$$|W\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|001\rangle + |010\rangle + |100\rangle)$$

Stany GHZ i W

- Po odrzuceniu którejkolwiek z cząstek (częściowy ślad) stan GHZ staje się separowalny...

Stany GHZ i W

- Po odrzuceniu którejkolwiek z cząstek (częściowy ślad) stan GHZ staje się separowalny...
- ... a stan W pozostaje splątany!

Stany GHZ i W

- Po odrzuceniu którejkolwiek z cząstek (częściowy ślad) stan GHZ staje się separowalny...
- ... a stan W pozostaje splątany!
- W stanie GHZ cząstki są splątane tylko "wszystkie naraz", a w stanie W są splątane "parami"

Stany GHZ i W

- Po odrzuceniu którejkolwiek z cząstek (częściowy ślad) stan GHZ staje się separowalny...
- ... a stan W pozostaje splątany!
- W stanie GHZ cząstki są splątane tylko "wszystkie naraz", a w stanie W są splątane "parami"
- Co z innymi możliwościami?

$$|EPR\rangle \otimes |EPR\rangle$$
$$|GHZ\rangle \otimes |W\rangle + |W\rangle \otimes |GHZ\rangle$$
$$\dots$$

Desery

- Splątanie stanów mieszanych
- Teoria odwzorowań dodatnich, kryterium Horodeckich
- Niezmienniki wielomianowe
- Uogólnione stany koherentne...
- ... i wiele innych tematów.

Bibliografia

- K.Horodecki, M. Horodecki, P. Horodecki, R. Horodecki "Quantum entanglement" (arxiv: quant-ph/0702225)
- I. Chuang, M. Nielsen "Quantum Computation and Quantum Information"

Bibliografia

- K.Horodecki, M. Horodecki, P. Horodecki, R. Horodecki "Quantum entanglement" (arxiv: quant-ph/0702225)
- I. Chuang, M. Nielsen "Quantum Computation and Quantum Information"

Na deser (niezwiązany z nauką):

Bibliografia

- K.Horodecki, M. Horodecki, P. Horodecki, R. Horodecki "Quantum entanglement" (arxiv: quant-ph/0702225)
- I. Chuang, M. Nielsen "Quantum Computation and Quantum Information"

Na deser (niezwiązany z nauką):
`students.mimuw.edu.pl/~mk249019/konkurs-bosch.html`